UNIVERSIDADE FEDERAL DO **TOCANTINS**
PRÓ-REITORIA DE **GRADUAÇÃO**
CÂMPUS DE **PALMAS**
CURSO DE **ENGENHARIA DE ALIMENTOS**
109 Norte Av. Ns 15 ALCNO 14 bloco BALA 2 sala 20 | 77001-090 | Palmas/TO
(63) 3229-4595 | engalimentospalmas@uft.edu.br

AULA À DISTÂNCIA – 18/04/2025

Disciplina: GAAL
Professor: Dr. Paulo Alexandre Oliveira

Obs.: Ler o livro texto, pp 178-194.

Resumo: Importância dos Autovalores

O estudo dos autovalores e autovetores possui grande importância em diversas áreas da Matemática, especialmente na Geometria Analítica, Álgebra Linear e Equações Diferenciais. Esses conceitos permitem compreender o comportamento de transformações lineares e simplificar problemas complexos por meio da diagonalização de matrizes.

Na geometria vetorial, especialmente no estudo das cônicas e quádricas, os autovalores são fundamentais para a classificação e simplificação das equações. Ao representar uma cônica ou uma superfície quádricas por meio de uma forma quadrática associada a uma matriz simétrica, os autovalores permitem identificar a natureza geométrica da figura e os autovetores indicam as direções principais da figura.

Nas equações diferenciais, especialmente em sistemas lineares da forma $X' = AX$, os autovalores determinam o comportamento das soluções ao longo do tempo, indicando crescimento, decaimento, oscilações e estabilidade de pontos de equilíbrio.

Além dessas áreas, os autovalores aparecem em otimização, estatística multivariada, mecânica quântica, computação gráfica, processamento de imagens e inteligência artificial.

Resumo: Cálculo de Autovalores e Autovetores Reais

1. Definição:
$Av = \lambda v$

2. Encontrar os autovalores:
$\det(A - \lambda I) = 0$

Passos:
• montar $A - \lambda I$
• calcular o determinante
• igualar a zero
• resolver a equação (pode usar o symbolab)

3. Encontrar os autovetores:
$(A - \lambda I)v = 0$

Passos:
• substituir λ
• montar o sistema homogêneo
• resolver o sistema linear

4. Interpretação geométrica:
• autovetor: direção que não muda
• autovalor: fator de alongamento, redução ou inversão

Vamos calcular os autovalores das matrizes:

1) Exemplo 2x2

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 4 - \lambda & 1 \\ 2 & 3 - \lambda \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$(4 - \lambda)(3 - \lambda) - 2 = 0$$

$$\lambda^2 - 7\lambda + 10 = 0$$

$$(\lambda - 5)(\lambda - 2) = 0$$

Autovalores:
$\lambda_1 = 5$
$\lambda_2 = 2$

2) Exemplo 3x3

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 4 - \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 3 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2 - \lambda \end{bmatrix}\right) = 0$$

Como a matriz é triangular superior:

$$(4 - \lambda)(3 - \lambda)(2 - \lambda) = 0$$

$$(\lambda - 4)(\lambda - 3)(\lambda - 2) = 0$$

Autovalores:
$\lambda_1 = 4$

$$\lambda_2 = 3$$
$$\lambda_3 = 2$$

Quando a fatoração não for imediata, pode-se utilizar aplicativos como Symbolab, Wolfram Alpha ou GeoGebra para encontrar as raízes do polinômio característico.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS:

1 – Calcule os autovalores de cada matriz:

(a) $A = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

(b) $B = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

(c) $C = \begin{bmatrix} -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$

2 – Usando as matrizes A e B do exercício anterior, mostre que o determinante é igual ao produto dos seus autovalores.

Dica: Para a matriz A: 1 – Calcule o seu determinante e depois verifique que $Det(A) = \lambda_1 . \lambda_2$. Faça o mesmo para a matriz B.