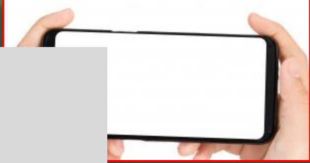
Aula 4 – 01/09/2022
Bloco J, sala 109 – 14h

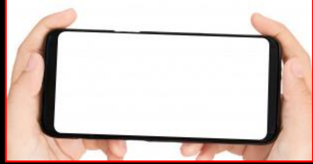


CÁLCULO NUMÉRICO

ENG. DE ALIMENTOS

2022-01

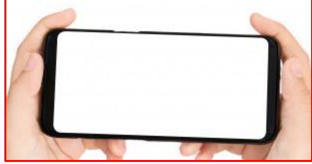
Prof. Dr. Paulo A. Oliveira



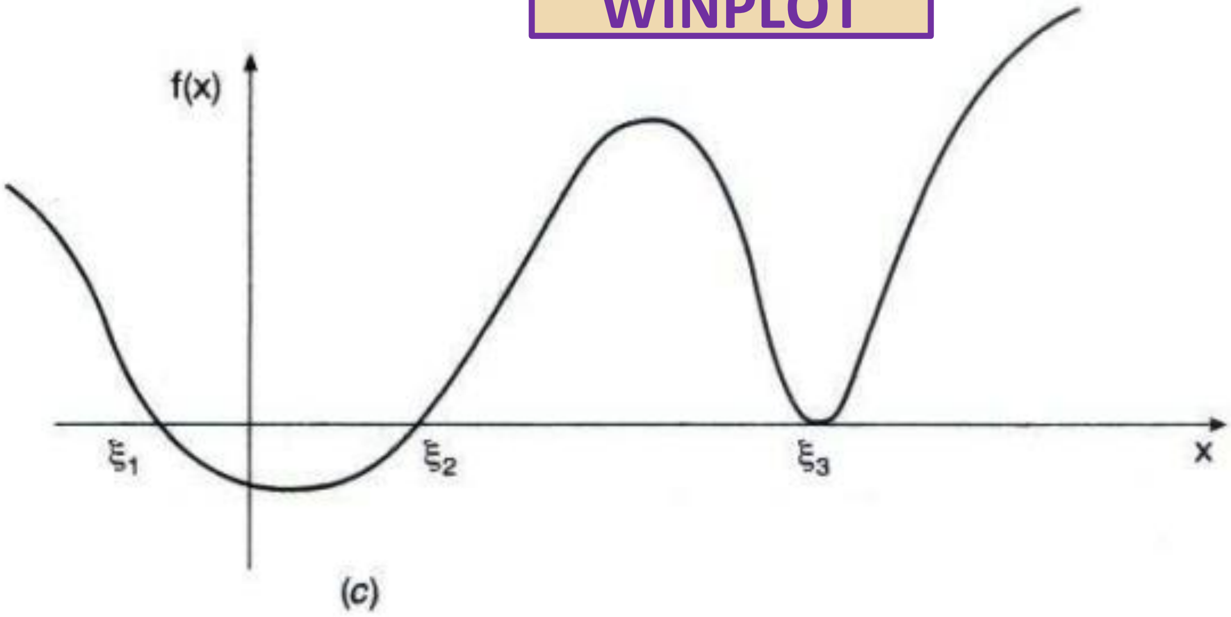
Aula - 4

- ✓ **ZERO DE FUNÇÕES REAIS:**
- ✓ **Revisão da Fase 1: Isolamento das raízes;**
- ✓ **Fase 2: Método da Bissecção;**
- ✓ **Dicas: Método da posição Falsa.**

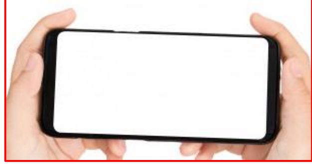
Zero de Funções Reais



USE O WINPLOT



Zero de Funções Reais



Estudamos na aula passada

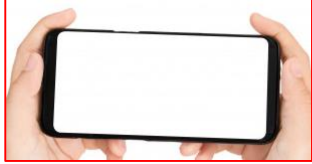
FASE I: Localização ou isolamento das raízes, que consiste em obter um intervalo que contém a raiz;

FASE II: Refinamento, que consiste em, escolhidas aproximações iniciais no intervalo encontrado na Fase I, melhorá-las sucessivamente até se obter uma aproximação para a raiz dentro de uma precisão ε prefixada.

ATENÇÃO:

- **A Fase I é comum para todos os métodos**
- **A fase II é a aplicação do método (estudaremos: Bissecção, Pos. Falsa e Newton) mas existem outros.**

Zero de Funções Reais – Fase 1



TEOREMA 1

Seja $f(x)$ uma função contínua num intervalo $[a, b]$.

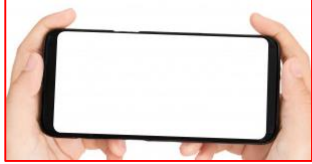
Se $f(a)f(b) < 0$ então existe pelo menos um ponto $x = \xi$ entre a e b que é zero de $f(x)$.

Teorema 2

Sob as hipóteses do teorema anterior, se $f'(x)$ existir e preservar sinal em (a, b), então este intervalo contém um único zero de $f(x)$.

ATENÇÃO: Estudamos na aula passada

Zero de Funções Reais – Fase 1



Roteiro

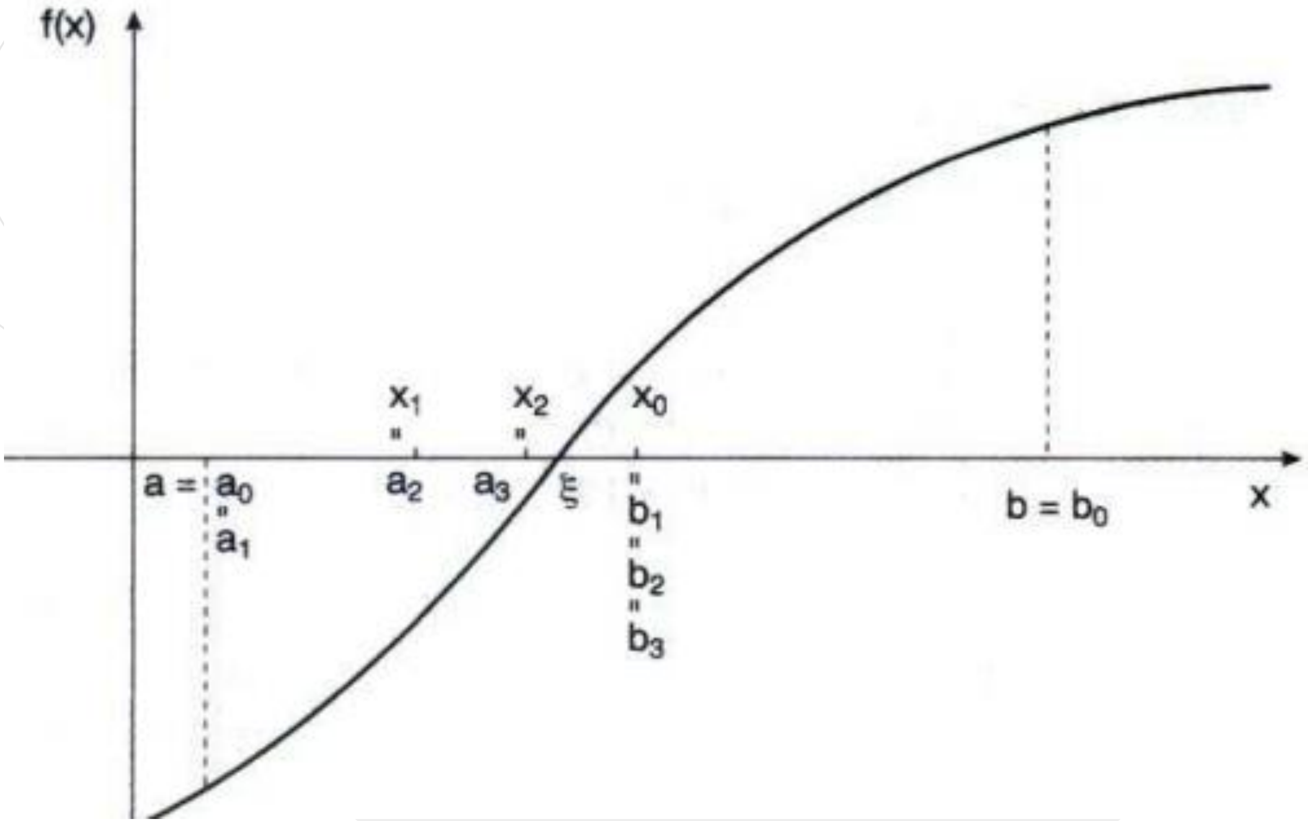
i) esboçar o gráfico da função f(x) e localizar as abcissas dos pontos onde a curva intercepta o eixo $\overrightarrow{ox}$;

ii) a partir da equação f(x) = 0, obter a equação equivalente g(x) = h(x), esboçar os gráficos das funções g(x) e h(x) no mesmo eixo cartesiano e localizar os pontos x onde as duas curvas se interceptam, pois neste caso $f(\xi) = 0 \Leftrightarrow g(\xi) = h(\xi)$;

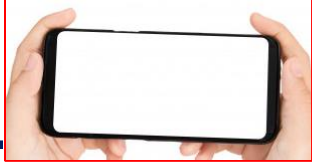
iii) usar os programas que traçam gráficos de funções, disponíveis em algumas calculadoras ou softwares matemáticos.

ATENÇÃO: Estudamos na aula passada

Método da Bissecção – Análise Gráfica



Zero de Funções Reais – Fase 2: Métodos



I. MÉTODO DA BISSECÇÃO

Seja a função f(x) contínua no intervalo [a, b] e tal que $f(a)f(b) < 0$.

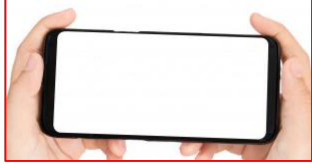
Vamos supor, para simplificar, que o intervalo (a, b) contenha uma única raiz da equação $f(x) = 0$.

O objetivo deste método é reduzir a amplitude do intervalo que contém a raiz até se atingir a precisão requerida: $(b - a) < \varepsilon$, usando para isto a sucessiva divisão de [a, b] ao meio.

ATENÇÃO:

Usamos o erro absoluto para facilitar na teoria e resolução de exercícios, mas existem outros tipos de erros.

Bissecção: TABELA



Método da Bissecção

k	a	sgn(f(a))	b	sgn(f(b))	xk	f(xk)	Erro
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

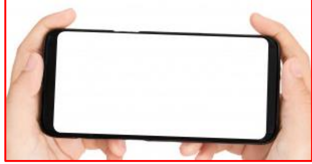
$$x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$$

$$Erro$$
$$\varepsilon < b_k - a_k$$

ATENÇÃO:

Devemos preencher a tabela acima, fazendo os cálculos usando a calculadora e suas memórias. sgn(f(a)) é o sinal da f(a).

Método da Bissecção



Exemplo: Encontrar a menor raiz da função abaixo, adote, ε < 0,2.

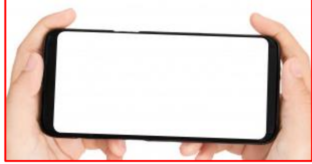
$$f(x) = -x^2 + x - e^{x-1} + 6$$

ATENÇÃO: Ver o vídeo da aula

USE O

E X C E L

Método da Bissecção



Exemplo: Encontrar a menor raiz da função abaixo, adote, ε < 0,2.

$$f(x) = x\log(x) - 1$$

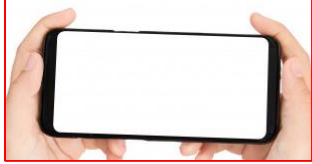
ATENÇÃO: Ver o vídeo da aula

Exemplo: Encontrar a menor raiz da função abaixo, adote, ε < 0,1.

$$f(x) = 3sen^2(x) - \frac{2x}{5} - 2$$

Fase 1: Roteiro

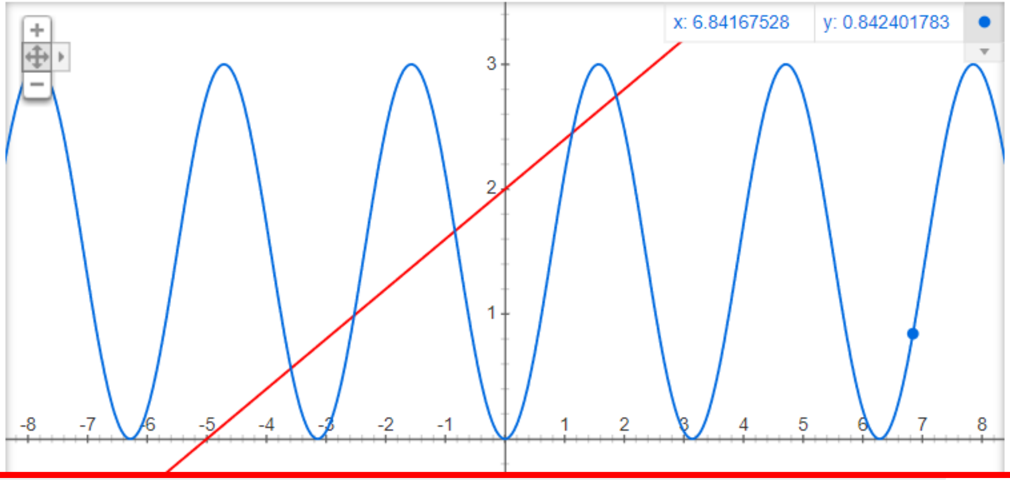
$$f(x) = 3sen^2(x) - \frac{2x}{5} - 2$$



Passo1 (teorema 1)

Gráfico de g(x) e h(x)

Gráfico para 3*sin(x)^2, 2/5*x+2



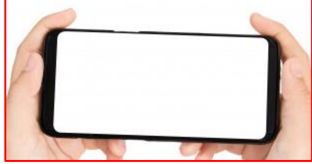
Passo2 (teorema 2)

Tabela de f(x)

B2 =3*(SEN(B1)^2)-(2*B1/5)-2

	A	B	C	D	E	F	G
1	**x**	-4	-3	-1	0	1	2
2	**f(x)**	1,3183	-0,74	0,5242	-2	-0,276	-0,32

Método da Posição Falsa - Teoria



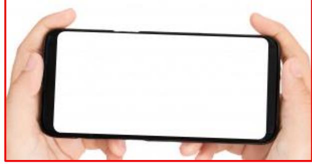
Seja f(x) contínua no intervalo [a, b] e tal que $f(a)f(b) < 0$.

Supor que o intervalo (a, b) contenha uma única raiz da equação $f(x) = 0$.

Podemos esperar conseguir a raiz aproximada $\bar{x}$ usando as informações sobre os valores de f(x) disponíveis a cada iteração.

Assim, o método toma a média aritmética ponderada entre a e b com pesos $|f(b)|$ e $|f(a)|$,

$$\boxed{x = \frac{a\,|f(b)| + b\,|f(a)|}{|f(b)| + |f(a)|} = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}}$$

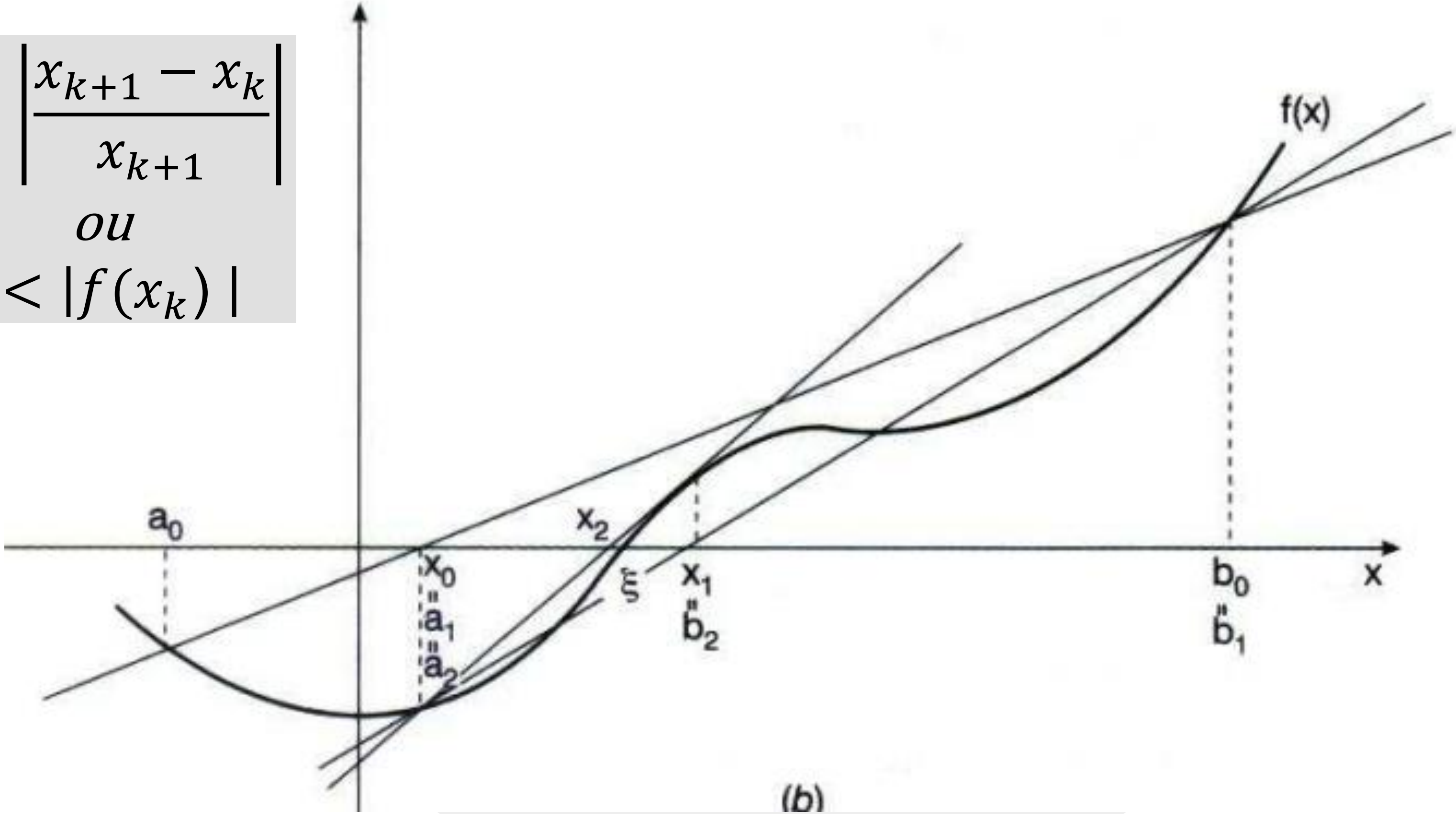


(MPFa) – Interpretação Gráfica

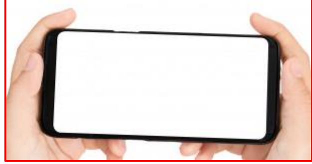
$$\varepsilon < \left| \frac{x_{k+1} - x_k}{x_{k+1}} \right|$$

$$ou$$

$$\varepsilon < |f(x_k)|$$



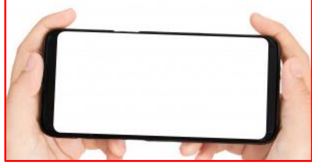
(MPFa) Tabela e exemplo



Método da Posição Falsa							
k	a	f(a)	b	f(b)	xk	f(xk)	Erro
0							
1							

Exemplo: Encontrar a maior raiz da função abaixo, pelo método da Pos. Falsa, adote, ε < 0,05.

$$f(x) = 2\sqrt{x+5} - (x-1)^{2} + 7$$



OBRIGADO por sua atenção!

- Assista, pause e reflita sobre este vídeo! ☺
- Leia o material sugerido (Livro e artigos)!
- Busque mais informações por sua conta!
- Faça os exercícios propostos o quanto antes!