Aula 4 - 2º Bim

CÁLCULO 1

ENG. DE ALIMENTOS

Prof. Dr. Paulo A. Oliveira

Aula – 4

DERIVADAS DE ORDEM SUPERIOR

DERIVADA DA INVERSA

DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

ALGUMAS APLICAÇÕES

Derivadas de ordem superior

Se a função f for derivável, então f' será chamada a **derivada primeira** de f. Às vezes é chamada de **função derivada primeira**. Se a derivada de f' existir, ela será chamada de **derivada segunda** de f, ou de função derivada segunda e poderá ser denotada por f'' (lemos f duas linhas). Da mesma forma, a **derivada terceira** de f, ou a função derivada terceira, é definida como a derivada de f'', se ela existir. A derivada terceira de f é denotada por f''' (lemos f três linhas).

EXEMPLO 1 Ache todas as derivadas da função f

$$f(x) = 8x^4 + 5x^3 - x^2 + 7$$

Solução

$$f'(x) = 32x^3 + 15x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 96x^2 + 30x - 2$$

$$f'''(x) = 192x + 30$$

$$f^{(4)}(x) = 192$$

$$f^{(5)}(x) = 0$$

$$f^{(n)}(x) = 0 \qquad n \geqslant 5$$

Derivada explícita ➔ y = f(x)

Uma função explícita é aquela que podemos isolar uma das variáveis. Todas que estudamos até aqui. Vejamos:

$$\boxed{\begin{gathered} y = f(x) \\ y = x^2 - x - 3 \\ y' = 2x - 1 \end{gathered}}$$

Derivadas implícitas

Algumas funções, entretanto, são definidas implicitamente por uma relação entre x e y.
Por exemplo,

$$x^2 + y^2 = 25$$

ou

$$x^3 + y^3 = 6xy$$

Obs.: Em alguns casos é possível resolver tais equações isolando y como uma função explícita de x.

Derivada implícita ➔ f(x,y) = 0

Uma função explícita é aquela que podemos isolar uma das variáveis. Todas que estudamos até aqui. Vejamos:

$$f(x, y) = 0$$

$$x^2 - x - 3 - y = 0$$

$$2x - 1 - 0 - 1.\frac{dy}{dx} = 0$$

Exemplo derivada implícita

$$f(x, y) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 25 = 0$$

$$2x - 2y.\frac{dy}{dx} - 0 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{-2y} = \frac{x}{y}$$

Exemplo: derivada implícita x = x(y):

$$\boxed{x^3 + y^3 = 6xy}$$

$$3x^2 . x' + 3y^2 = 6(1.x'.y + x.1)$$

$$3x^2 . x' - 6x'y = 6x - 3y^2$$

$$x' . (3x^2 - 6y) = 6x - 3y^2$$

$$x' = \frac{6x - 3y^2}{3x^2 - 6y}$$

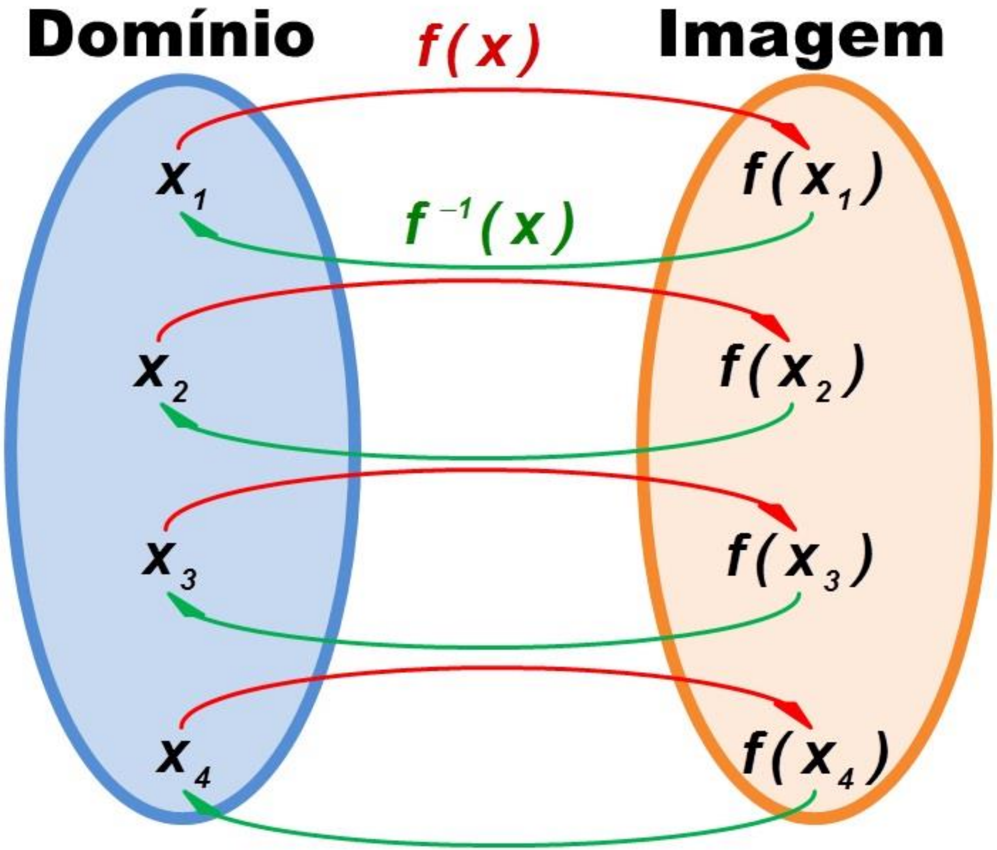
Exercícios: derivada implícita

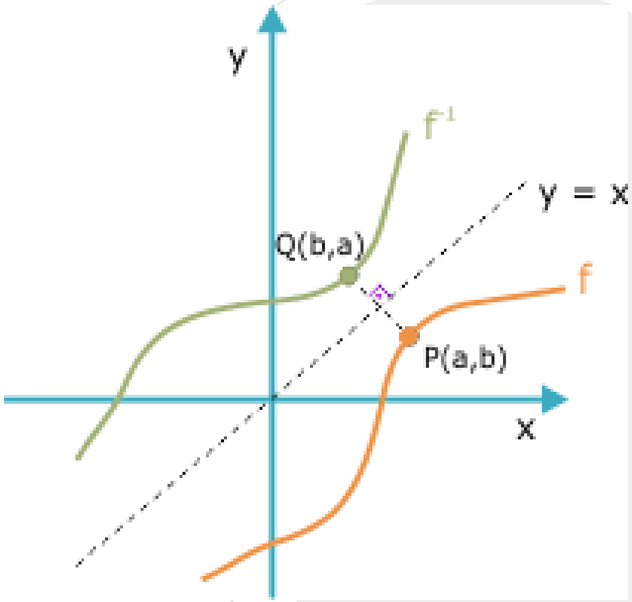
a) $x^3 + y^3 = 6xy$ onde $y=y(x)$

b) $\mathrm{sen}(2y) = x + y^3$ onde $y=y(x)$

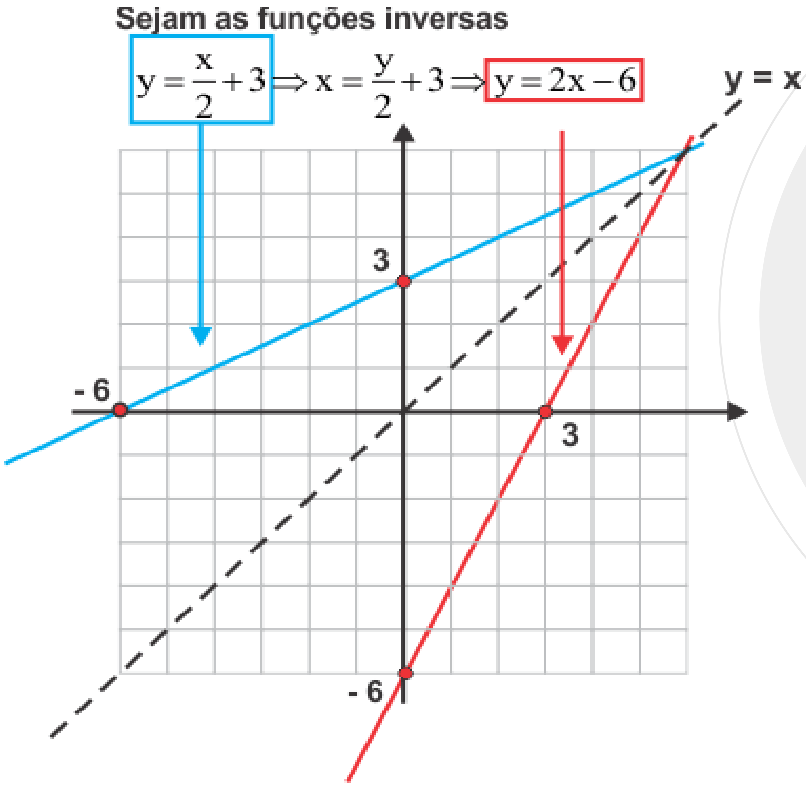
c) $\ln(6xy) = 3x + e^x + e^y$ onde $x=x(y)$

INVERSA DE UMA FUNÇÃO





INVERSA DE UMA FUNÇÃO

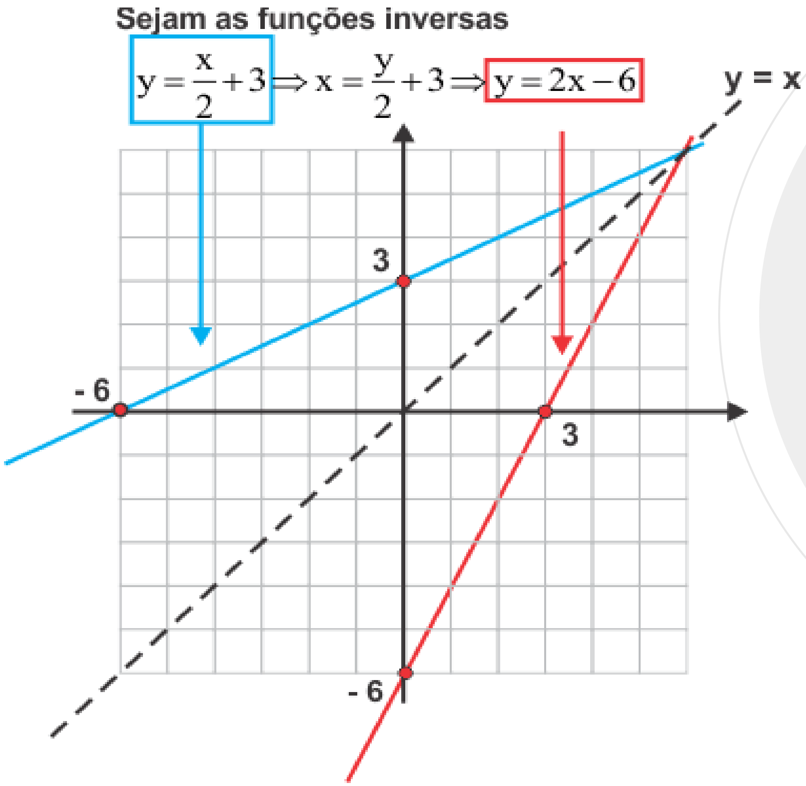


EXEMPLOS DE INVERSAS

$$F(x) = 2x + 1$$

$$F(x) = x^2$$

INVERSA DE UMA FUNÇÃO



DERIVADAS DA INVERSA

- Derivada da função inversa
  - Se uma função derivável f tem inversa g, então g é também derivável e vale a seguinte igualdade:

$$g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$$

Obs.: $g(x) = f^{-1}(x)$

A derivada de g é calculada em y = f(x)

Exemplo: Derivada da inversa

CONSIDERE $f(x)$ ABAIXO, CALCULE $g'(9)$:

$f(x) = x^2$ $\qquad$ $g(x) = f^{-1}(x)$

RESP.

$f'(x) = 2x$ $\qquad$ $f(3) = 3^2 = 9$

$$g'(f(3)) = g'(9) = \frac{1}{f'(3)} = \frac{1}{2.3} = \frac{1}{6}$$

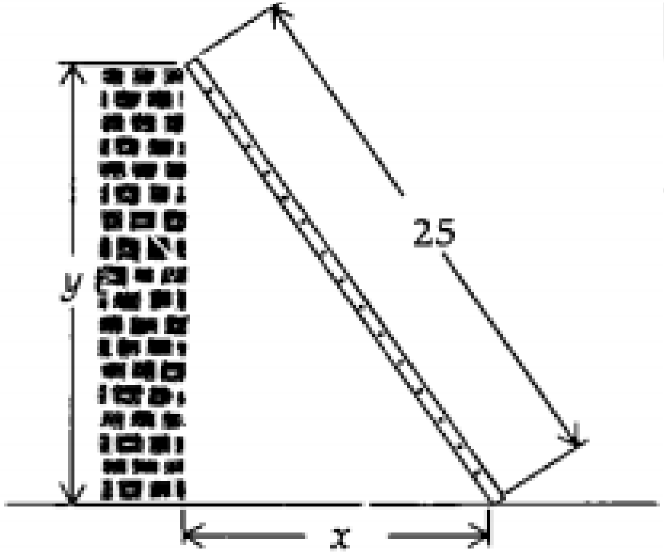
LOGO: $g'(9) = 1/6$

APLICAÇÕES DAS DERIVADAS

Ler Leithold, v. 1, a partir da p. 199

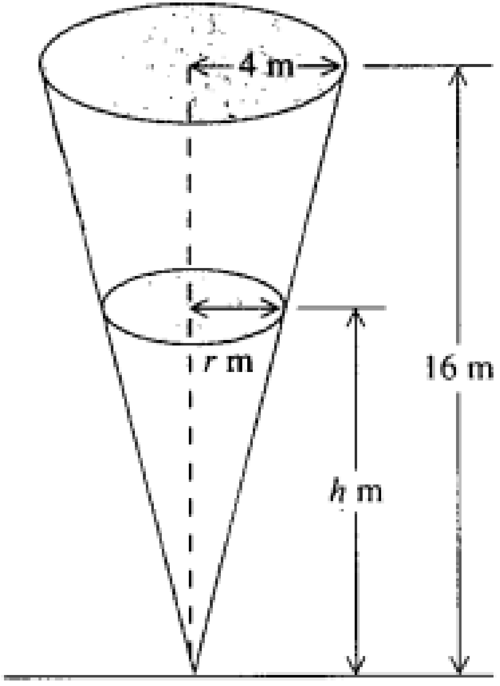
Aplicação 1: Taxas Relacionadas

EXEMPLO 1 Uma escada com 25 unidades de comprimento está apoiada numa parede vertical. Se o pé da escada for puxado horizontalmente, afastando-se da parede a 3 unidades de comprimento por segundo, qual a velocidade com que a escada está deslizando, quando seu pé está a 15 unidades de comprimento da parede?



Aplicação 1: Taxas Relacionadas

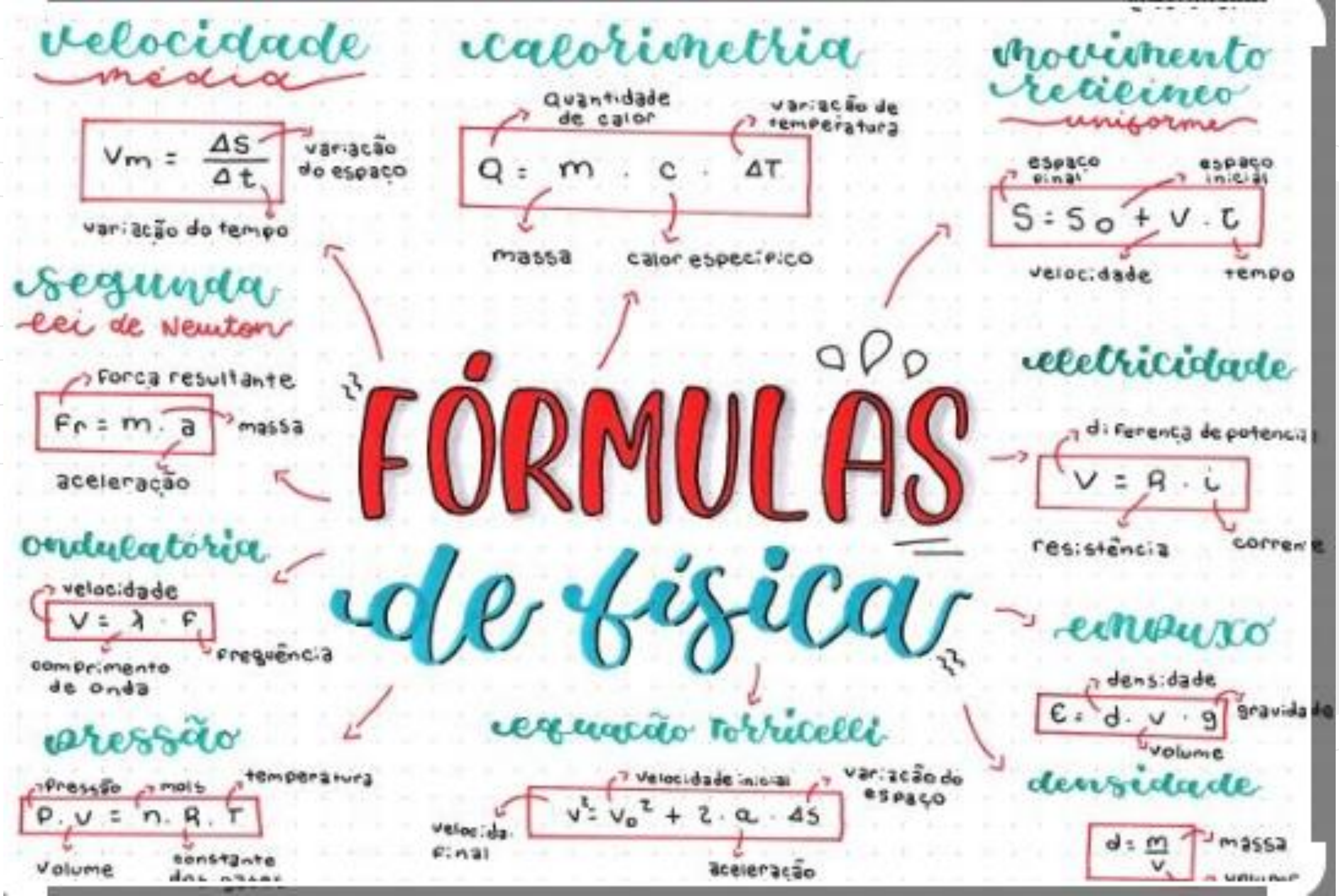
EXEMPLO 3 Um tanque tem a forma de um cone invertido com 16 m de altura e uma base com 4 m de raio. A água ‘‘flui’’ no tanque a uma taxa de 2 m^3/min. Com que velocidade o nível da água estará se elevando quando sua profundidade for de 5 m?



Aplicação 2: FÍSICA

$$Vm = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\boldsymbol{v = \frac{ds}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt} \quad oua = \frac{d^2v}{dt^2}}$$


FÓRMULAS
de física
velocidade média
Vm = ΔS / Δt
variação do espaço
variação do tempo
calorimetria
Q = m . c . ΔT
quantidade de calor
variação de temperatura
massa
calor específico
movimento retilíneo uniforme
S = S0 + V . t
espaço final
espaço inicial
velocidade
tempo
segunda lei de Newton
Fr = m . a
força resultante
massa
aceleração
eletricidade
V = R . i
diferença de potencial
resistência
corrente
ondulatória
V = λ . f
velocidade
comprimento de onda
frequência
empuxo
E = d . v . g
densidade
gravidade
volume
pressão
P . V = n . R . T
pressão
mols
temperatura
volume
constante dos gases
equação Torricelli
V² = V0² + 2 . a . ΔS
velocidade inicial
variação do espaço
velocidade final
aceleração
densidade
d = m / v
massa
volume

Exercício - FÍSICA

Escreva as funções horárias do Espaço, da velocidade e da aceleração de um carro que parte do km-7, com velocidade 50km/h, e a cada 10km aumenta sua velocidade em 20km/h. Use as derivadas.

Exercício – FÍSICA - resposta

OBRIGADO por sua atenção!

- Assista, pause e reflita sobre este vídeo! ☺
- Leia o material sugerido (Livro e artigos)!
- Busque mais informações por sua conta!
- Faça os exercícios propostos o quanto antes!