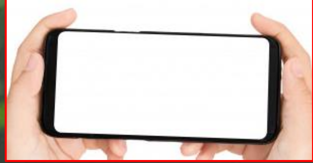

Aula 2 – 2º bim

CÁLCULO 1

ENG. DE ALIMENTOS

Prof. Dr. Paulo A. Oliveira

Aula 5 – 2º bim.

1. Derivadas: Revisão
2. Regra da Cadeia

2. Derivadas Trigonométricas;

3. Outras derivadas.

DERIVADA: TEOREMAS E PROPRIEDADES

A Regra da Cadeia

Se a função g for derivável em x e a função f for derivável em $g(x)$, então a função composta $f \circ g$ será derivável em x, e

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))\, g'(x)$$

Se $f(x) = g(h(x))$ Então

$$f'(x) = g'(h(x)).h'(x)$$

DERIVADA COMPOSTA: R. DA CADEIA

EXEMPLO 1 Encontre $f'(x)$ pela regra da cadeia, se

$$f(x) = \frac{1}{4x^3 + 5x^2 - 7x + 8}$$

Solução Escrevendo $f(x) = (4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^{-1}$ e aplicando a regra da cadeia, iremos obter

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1(4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^{-2} \cdot D_x(4x^3 + 5x^2 - 7x + 8) \\ &= -1(4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^{-2}(12x^2 + 10x - 7) \\ &= \frac{-12x^2 - 10x + 7}{(4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^2} \end{aligned}$$

DERIVADAS TRIGONOMÉTRICAS

TEOREMA $D_x(\operatorname{sen} x) = \cos x$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x + \Delta x) - \operatorname{sen} x}{\Delta x}$$

A fórmula (1) para $\operatorname{sen}(x + \Delta x)$ é usada para obter

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos(\Delta x) + \cos x \operatorname{sen}(\Delta x) - \operatorname{sen} x}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x[\cos(\Delta x) - 1]}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos x \operatorname{sen}(\Delta x)}{\Delta x}$$

$$= -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{1 - \cos(\Delta x)}{\Delta x}\left(\lim_{\Delta x \to 0} \operatorname{sen} x\right) + \left(\lim_{\Delta x \to 0} \cos x\right) \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(\Delta x)}{\Delta x} \quad (2)$$

DERIVADAS TRIGONOMÉTRICAS

Do Teorema 2.8.5,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{1 - \cos(\Delta x)}{\Delta x} = 0$$

e do Teorema 2.8.2,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(\Delta x)}{\Delta x} = 1$$

Substituindo (3) e (4) em (2), obtemos

$$\begin{aligned} f'(x) &= -0 \cdot \operatorname{sen} x + \cos x \cdot 1 \\ &= \cos x \end{aligned}$$

TEOREMA $\boxed{D_x(\operatorname{sen} x) = \cos x}$

DERIVADAS TRIGONOMÉTRICAS

TEOREMA $D_x(\cos x) = -\operatorname{sen} x$

TEOREMA $D_x(\operatorname{tg} x) = \sec^2 x$

TEOREMA $D_x(\operatorname{cotg} x) = -\operatorname{cosec}^2 x$

TEOREMA $D_x(\sec x) = \sec x \operatorname{tg} x$

TEOREMA $D_x(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \operatorname{cotg} x$

EXEMPLOS: Derivadas trigonométricas

Encontre as derivadas das funções abaixo

3. $f(x) = 3 \text{ sen } x$
4. $g(x) = \text{sen } x + \cos x$
5. $g(x) \text{ tg } x + \text{cotg } x$
6. $f(x) = 4 \sec x - 2 \text{ cosec } x$
7. $f(x) = 2t \cos t$
8. $f(x) = 4x^2 \cos x$
9. $g(x) = x \text{ sen } x + \cos x$
10. $g(y) = 3 \text{ sen } y - y \cos y$

ATENÇÃO: Formulários (Regra da Cadeia)

$$D_x[f(u)] = f'(u) D_x u$$

$D_x(\text{sen } u) = \cos u \, D_x u$	$D_x(\cos u) = -\text{sen } u \, D_x u$
$D_x(\text{tg } u) = \sec^2 u \, D_x u$	$D_x(\text{cotg } u) = -\text{cosec}^2 u \, D_x u$
$D_x(\sec u) = \sec u \, tg \cdot u \, D_x u$	$D_x(\text{cosec } u) = -\text{cosec } u \text{ cotg } u \, D_x u$

$$\boldsymbol{Exemplo}: \boldsymbol{f(x) = \sqrt{sen(2x + x^3)}}$$

DERIVADAS – (tabela) Potência e Logarítmica

1. $D_x(u^n) = nu^{n-1} D_x u$
2. $D_x(u + v) = D_x u + D_x v$
3. $D_x(uv) = u D_x v + v D_x u$
4. $D_x\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v D_x u - u D_x v}{v^2}$
5. $D_x(e^u) = e^u D_x u$
6. $D_x(a^u) = a^u \ln a \, D_x u$
7. $D_x(\ln u) = \frac{1}{u} D_x u$
8. $D_x(\text{sen } u) = \cos u \, D_x u$
9. $D_x(\cos u) = -\text{sen } u \, D_x u$
10. $D_x(\text{tg } u) = \sec^2 u \, D_x u$
11. $D_x(\text{cotg } u) = -\text{cosec}^2 u \, D_x u$
12. $D_x(\sec u) = \sec u \, \text{tg } u \, D_x u$
13. $D_x(\text{cosec } u) = -\text{cosec } u \, \text{cotg } u \, D_x u$
14. $D_x(\text{sen}^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} D_x u$
15. $D_x(\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1 - u^2}} D_x u$
16. $D_x(\text{tg}^{-1} u) = \frac{1}{1 + u^2} D_x u$
17. $D_x(\text{cotg}^{-1} u) = \frac{-1}{1 + u^2} D_x u$
18. $D_x(\sec^{-1} u) = \frac{1}{u\sqrt{u^2 - 1}} D_x u$
19. $D_x(\text{cosec}^{-1} u) = \frac{-1}{u\sqrt{u^2 - 1}} D_x u$
20. $D_x(\text{senh } u) = \cosh u \, D_x u$
21. $D_x(\cosh u) = \text{senh } u \, D_x u$
22. $D_x(\text{tgh } u) = \text{sech}^2 u \, D_x u$
23. $D_x(\text{cotgh } u) = -\text{cosech}^2 u \, D_x u$
24. $D_x(\text{sech } u) = -\text{sech } u \, \text{tgh } u \, D_x u$
25. $D_x(\text{cosech } u) = -\text{cosech } u \, \text{cotg } u \, D_x u$

EXEMPLOS: Derivadas trigonométricas

Encontre as derivadas das funções abaixo

$a)\ f(x) = sen(x) + 2\cos(0.5x)$

$b)\ g(x) = tg(2x) - sec(x)$

$c)\ g(s) = tg(2s) + sen(5s^2 + s)$

$d)\ p(x) = cotg(x).sen(x)$

$e)\ h(x) = tg(2x - 2).sec(x)$

$f)\ n(t) = cosec(2t^3) - cotg(3t)$

$g)\ l(y) = sen(cos(y))$

OBRIGADO por sua atenção!

- Assista, pause e reflita sobre este vídeo! ☺
- Leia o material sugerido (Livro e artigos)!
- Busque mais informações por sua conta!
- Faça os exercícios propostos o quanto antes!