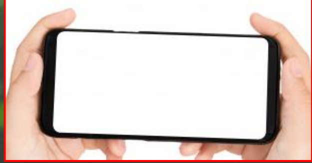
Aula 1 – 2º bim



CÁLCULO 1
ENG. DE ALIMENTOS

Prof. Dr. Paulo A. Oliveira

Aula 1 – 2º bim.

1. Derivadas: introdução
2. Derivadas - teoremas;
3. Exemplos

DERIVADA - DEFINIÇÃO

A **derivada** de uma função f é a função denotada por f', tal que seu valor em qualquer número x do domínio de f seja dado por

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad (3)$$

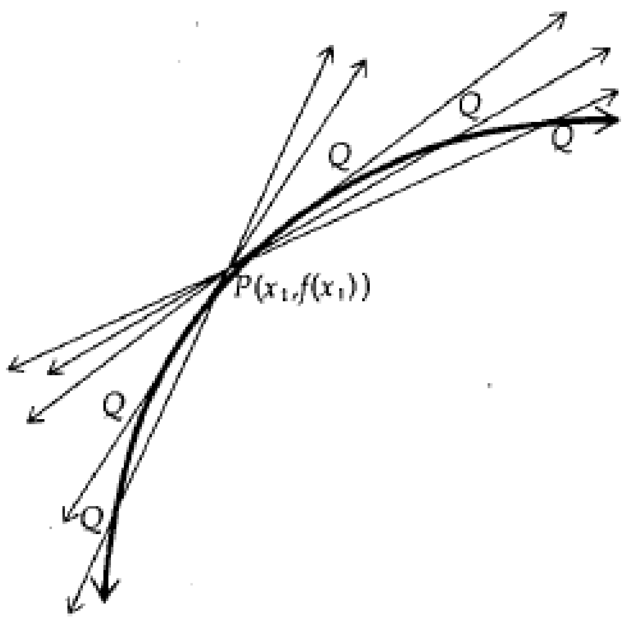
se esse limite existir.

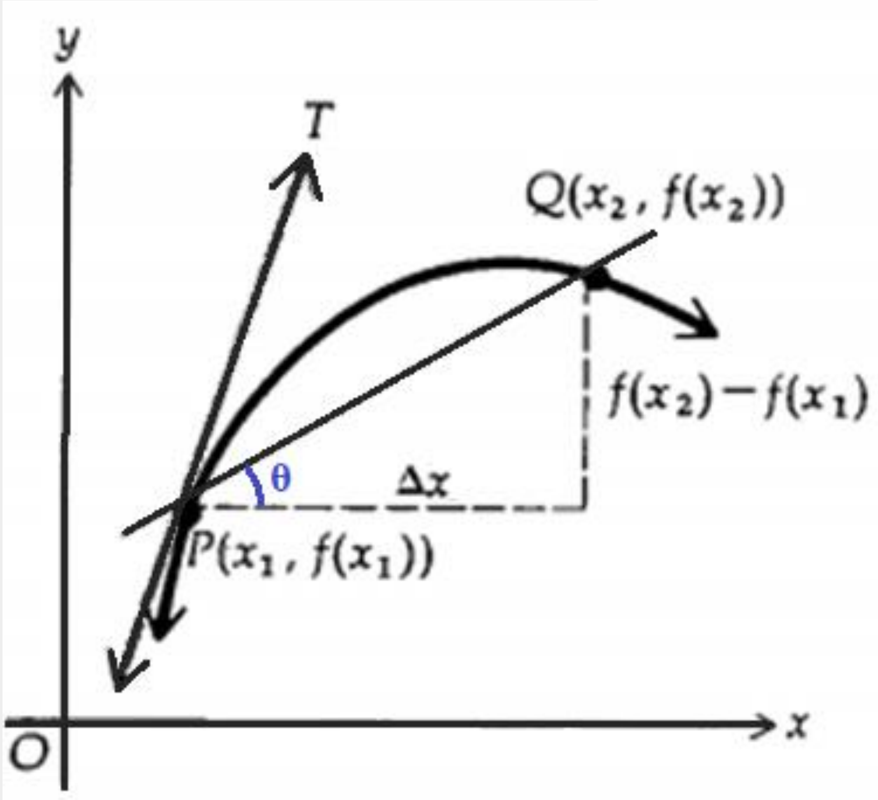
DERIVADA NO PONTO X1:

$$f'(x_1) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Veja o Applet: https://www.geogebra.org/m/NNnd6y4H

DERIVADA – Interpretação Gráfica

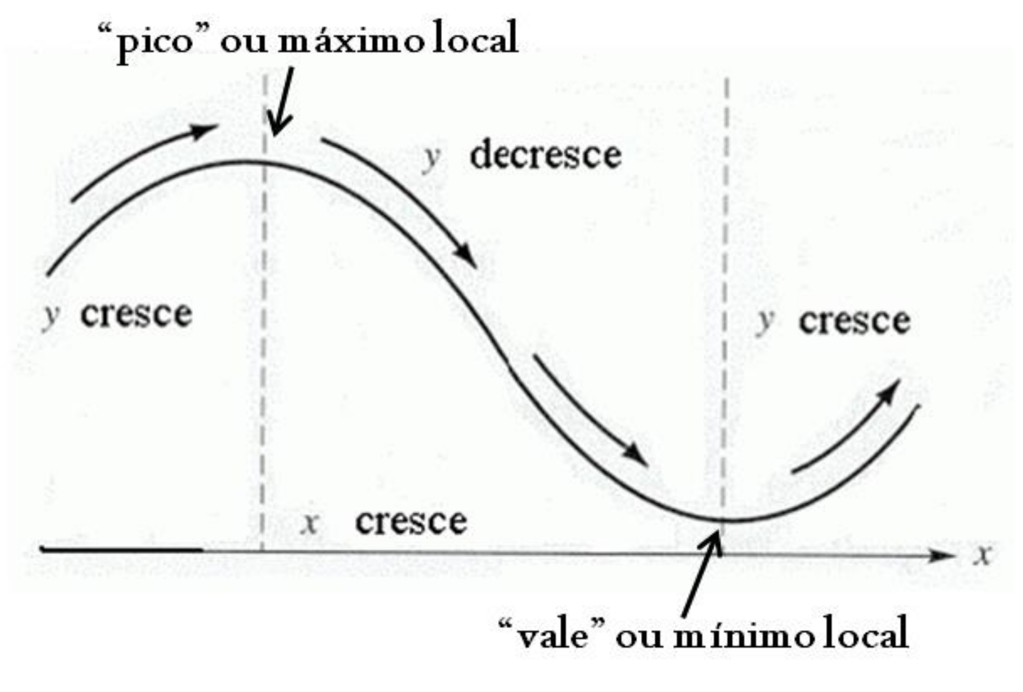




T : reta tangente em x1

$\Delta x \to 0$: $m = tg(\theta) = f'(x_1)$

DERIVADA – aplicações



Applet: https://www.geogebra.org/m/WqGED5tn

DERIVADA – Exemplo resolvido

Ache a derivada de f se $f(x) = 3x^2 + 12$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[3(x + \Delta x)^2 + 12] - (3x^2 + 12)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3x^2 + 6x\,\Delta x + 3(\Delta x)^2 + 12 - 3x^2 - 12}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{6x\,\Delta x + 3(\Delta x)^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} (6x + 3\,\Delta x)$$

$$= 6x$$

DERIVADA: TEOREMAS E PROPRIEDADES

Se uma função f for derivável em x_1, então f será contínua em x_1.

Se c for uma constante e se $f(x) = c$ para todo x_1 então

$$f'(x) = 0$$

Prova

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{c - c}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

DERIVADA: TEOREMAS E PROPRIEDADES

$$\boxed{D_x(c) = 0}$$

Se n for um inteiro positivo e se $f(x) = x^n$, então

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

Se f for uma função, c uma constante e g a função definida por

$$g(x) = c \cdot f(x)$$

então, se $f'(x)$ existir,

$$g'(x) = c \cdot f'(x)$$

$$\boxed{D_x[c \cdot f(x)] = c \cdot D_x f(x)}$$

$$\boxed{D_x(cx^n) = cnx^{n-1}}$$

DERIVADA: TEOREMAS E PROPRIEDADES

Se f e g forem funções e se h for a função definida por

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

então, se $f'(x)$ e $g'(x)$ existirem,

$$h'(x) = f'(x) + g'(x).$$

$$D_x[f(x) + g(x)] = D_x f(x) + D_x g(x)$$

Se f e g forem funções e h for a função definida por

$$h(x) = f(x)g(x)$$

então, se existirem $f'(x)$ e $g'(x)$,

$$h'(x) = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

$$D_x[f(x)g(x)] = f(x)\, D_x g(x) + g(x) \cdot D_x f(x)$$

DERIVADA: TEOREMAS E PROPRIEDADES

Se f e g forem funções e se h for a função definida por

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \qquad \text{onde } g(x) \neq 0$$

então se $f'(x)$ e $g'(x)$ existirem,

$$h'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$D_x\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)D_x f(x) - f(x)D_x g(x)}{[g(x)]^2}$$

DERIVADA: TEOREMAS E PROPRIEDADES

Se $f(x) = x^{-n}$, onde $-n$ é um inteiro negativo e $x \neq 0$, então

$$f'(x) = -nx^{-n-1}$$

Se r for um inteiro qualquer positivo ou negativo,

$$\boxed{D_x(x^r) = rx^{r-1}}$$

$$\boxed{D_x(cx^r) = crx^{r-1}}$$

DERIVADAS EXERCÍCIOS

1. $f(x) = 7x - 5$
2. $g(x) = 8 - 3x$
3. $g(x) = 1 - 2x - x^2$
4. $f(x) = 4x^2 + x + 1$
5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$
6. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 1$
7. $f(x) = \frac{1}{8}x^8 - x^4$
8. $g(x) = x^7 - 2x^5 + 5x^3 - 7x$
9. $F(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2$
10. $H(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 2$
11. $v(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$
12. $G(y) = y^{10} + 7y^5 - y^3 + 1$
13. $F(x) = x^2 + 3x + \dfrac{1}{x^2}$
14. $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{x^3}$
15. $g(x) = 4x^4 - \dfrac{1}{4x^4}$
16. $f(x) = x^4 - 5 + x^{-2} + 4x^{-4}$
17. $g(x) = \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{5}{x^4}$
18. $H(x) = \dfrac{5}{6x^5}$
19. $f(s) = \sqrt{3}(s^3 - s^2)$
20. $g(x) = (2x^2 + 5)(4x - 1)$
21. $f(x) = (2x^4 - 1)(5x^3 + 6x)$
22. $f(x) = (4x^2 + 3)^2$
23. $G(y) = (7 - 3y^3)^2$
24. $F(t) = (t^3 - 2t + 1)(2t^2 + 3t)$
25. $D_x[(x^2 - 3x + 2)(2x^3 + 1)]$
26. $D_x\left(\dfrac{2x}{x + 3}\right)$
27. $D_x\left(\dfrac{x}{x - 1}\right)$
28. $D_y\left(\dfrac{2y + 1}{3y + 4}\right)$
29. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}\right)$
30. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{4 - 3x - x^2}{x - 2}\right)$
31. $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{5t}{1 + 2t^2}\right)$
32. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x^4 - 2x^2 + 5x + 1}{x^4}\right)$
33. $\dfrac{d}{dy}\left(\dfrac{y^3 - 8}{y^3 + 8}\right)$
34. $\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{s^2 - a^2}{s^2 + a^2}\right)$

OBRIGADO por sua atenção!

- Assista, pause e reflita sobre este vídeo! ☺
- Leia o material sugerido (Livro e artigos)!
- Busque mais informações por sua conta!
- Faça os exercícios propostos o quanto antes!